

Aplicación de derivadas de funciones de variable real: Educación Maker
Application of derivatives of functions of real variables: Maker Education

Dennise. Paz-Salas ¹ , Ricardo Cedeño-Delgado ¹  y Sonia. Salas-Tayupanta ² 

¹ Unidad Educativa Fiscal Galileo Galilei. 28WF+C6Q, Manta 130204, Ecuador. dennisepaz74@gmail.com, ricardo.cedeno@educacion.gob.ec

² Universidad Internacional de La Rioja, Avenida de La Paz 137. Logroño, La Rioja 26006. vicerectoradoacademicouefgg@gmail.com

RESUMEN:

Con el paso del tiempo los estudiantes aprenden operaciones, términos matemáticos, y todo lo que tiene que ver con el mundo de los números de una manera muy sencilla. Cuando la complejidad de la educación aumenta el aprendizaje se enfoca en función de lo ya conocido, invitando a la exploración de contenidos que se vuelven complejos cuando se aplican en la vida cotidiana. Sin embargo, es tan necesario que el conocimiento sea aplicado para entender de la importancia de la temática en la vida real. Por ello, el objetivo del presente artículo es diseñar una metodología de enseñanza-aprendizaje basada en la educación Maker para derivadas de funciones de variable real, mediante la creación y resolución de un problema aplicativo con la finalidad de evidenciar su importancia en el área de biología y medio ambiente. La metodología consta de tres fases: i) recopilación de información; ii) creación y resolución de problemas; iii) diseño e implementación de metodología de enseñanza-aprendizaje. La metodología desarrollada tomando como base la educación Maker permitió que el estudiante sea el propio protagonista del aprendizaje logrando que la creación, resolución de casos aplicativos se pueda llevar a cabo sin importar el área del conocimiento. Concluyendo que la metodología planteada desde la mano del estudiante puede aportar mucho al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: metodología, educación Maker, enseñanza-aprendizaje, estudiante, docente.

ÉLITE 2022, VOL. (4). NÚM. (2)
ISSN: 2600-5875

Recibido: 01/05/2022
Revisado: 07/06/2022
Aceptado: 09/08/2022
Publicado: 01/09/2022

ABSTRACT:

Over time, students learn operations, mathematical terms, and everything that has to do with the world of numbers in a very simple way. When the complexity of education increases, learning is focused on what is already known, inviting the exploration of contents that become complex when applied in daily life. However, it is so necessary that the knowledge is applied to understand the importance of the subject in real life. Therefore, the objective of this article is to design a teaching-learning methodology based on Maker education for derivatives of functions of real variables, through the creation and resolution of an application problem in order to demonstrate its importance in the area of biology. and environment. The methodology consists of three phases: i) information gathering; ii) creating and solving problems; iii) design and implementation of teaching-learning methodology. The methodology developed based on Maker education allows the student to be the protagonist of learning, making the creation and resolution of application cases possible regardless of the area of knowledge . Concluding that the methodology proposed from the student's hand can contribute a lot to the teaching-learning process.

Keywords: methodology, Maker education, teaching-learning, student, teacher.

INTRODUCCIÓN:

Actualmente la educación se conoce como la visión de la vida o de la mente debido a que es una de las formas de pensar o de ver el futuro que ayuda a estar seguro de crecer, crear y producir. Se sabe que existen muchas herramientas para la educación con las que se puede entender varios conceptos, esto se debe a que la educación busca la perfección y la seguridad del ser humano, así como la verdad (Lopez, 2007).

La educación demanda disciplina, sometimiento, conducción, y se guía bajo signos de obligatoriedad y a veces de autoritarismo, firmeza y direccionalidad. Uno de los apartados dentro del ámbito educativo es la enseñanza de la matemática, misma que se realiza de diferentes maneras y con la ayuda de muchos medios, cada uno con sus respectivas funciones; una de ellas es la lengua natural (Vásquez Astudillo, 2021).

En la actualidad, la computadora y sus respectivos programas se ha convertido en el medio artificial más difundido para el tratamiento de diferentes temas matemáticos que van desde juegos y actividades para la educación matemática elemental hasta teorías y conceptos matemáticos altamente complejos, sobre todo en el campo de las aplicaciones. Esos medios ayudan a los docentes para un buen desempeño en el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza.

Se puede caracterizar la enseñanza matemática como un proceso activo, el cual requiere no solamente del dominio de la disciplina, sino también de los conocimientos matemáticos básicos a ser trabajados con los estudiantes y aquellos que fundamentan o explican conceptos más finos y rigurosos necesarios para la comprensión del mundo

de las matemáticas (Mora, 2003).

Dentro del ámbito matemático uno de los temas que ha demostrado factibilidad a la hora de aplicar en la vida real, es la enseñanza de las derivadas de funciones de variable real misma que ha requerido de diversas formas para su comprensión. El principal problema evidenciado con estudios indica que los alumnos no tienen un concepto definido de derivadas causando dificultades al momento de emplear una derivada generando un análisis contradictorio (Candy & Cárdenas, 2022).

Otros problemas evidenciados es la falta de aplicación de los conceptos en problemas de la vida real, ya que en el salón de clase el docente siempre usa ejercicios necesarios para la explicación del concepto. La construcción de un significado parcial y la aplicación del concepto de derivadas de variable real durante los primeros años puede generarles dificultades en su desempeño en los cursos de cálculo, por lo que, lograr encontrar una metodología de enseñanza para su aprendizaje correcto puede resultar un tanto complejo.

Varios autores indican que, aunque se puede enseñar a los alumnos a realizar de manera tradicional algunos cálculos de derivadas y a resolver algunos problemas estándar, hay dificultades para que los jóvenes de estas edades logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que conforman el centro del análisis matemático (López-Beltrán et al., 2020).

Esto se evidencia cuando algunos estudiantes son capaces de resolver los ejercicios que se les proponen con la aplicación correcta de las reglas

de derivación; sin embargo, tienen dificultades cuando necesitan manejar el significado de la noción de derivada, ya sea a través de su expresión analítica, como límite del cociente incremental, o en su interpretación geométrica, como pendiente de la recta tangente.

Así es como se sabe que las derivadas son importantes debido a que ayudan en cualquier caso de la vida, aún más en el campo laboral y en su desarrollo en el término matemático. Algunas de las áreas donde las derivadas son importantes son economía, biología, geografía, tendencias y estimaciones. Llegando a así a definir que la utilización de las derivadas y su aprendizaje basado en procesos metodológicos incluyen situaciones de mucha importancia y de mucha variación, que con la necesaria capacitación o estudio del tema se lograran resolver y las personas podrán explorar, experimentar y aprender a diario (Sánchez et al., 2008).

Por ello, el objetivo de la presente investigación es diseñar una metodología audiovisual, mediante la creación y resolución de casos aplicativos reales para demostrar la importancia que tienen en la vida cotidiana (Figura 1).

Una **función real**, f , de variable real es una relación que asocia a cada número real, x , un único número real $y = f(x)$. Se puede expresar de esta forma.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = f(x)$$

La variable x se denomina variable independiente
La variable y se denomina variable dependiente

Figura 1: Representación de función de variable real.

METODOLOGÍA:

La metodología del presente estudio consta de las siguientes fases:

Fase I: Recopilación de información

Para la elaboración de esta fase se realizó una búsqueda individual de términos y de palabras claves en un contexto base. En este caso se empezó definiendo términos partiendo desde lo mas general a lo particular (Figura 2).

Para la búsqueda de información se utilizaron plataformas como Scielo, Google Scholar, Scopus donde se pudo apreciar que existe gran cantidad de información acerca de las derivadas de variable real, por lo que, la información utilizada es de gran ayuda en este documento científico (Candy & Cárdenas, 2022).

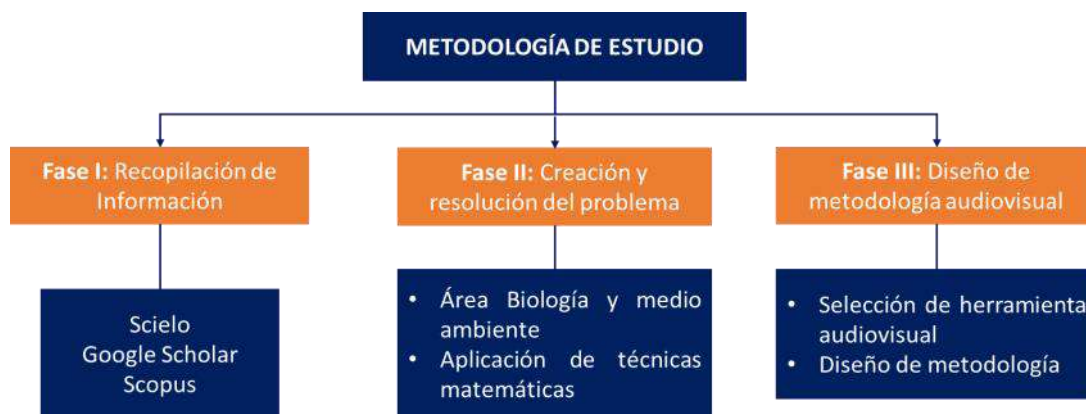


Figura 2: Esquema metodológico aplicado en el estudio.

Fase II: Creación y resolución de problemas

Creación

Para la creación del ejercicio de derivada de variable real se consideró una base estructural que consta de:

1. Introducción al problema

La población de Pingüinos de Galápagos conocidos científicamente como *spheniscus mendiculus*, son considerados aves nativas del archipiélago.

2. Justificación teórica, práctica, concreta y acertada.

Tienen una media de cincuenta cm. de estatura por lo que son conocidos como la tercera especie de pingüino más pequeña del mundo. Esta especie vive en la isla Isabela y Fernandina, donde el clima es considerado ideal para su reproducción y cría.

3. Datos de apoyo

Sin embargo, con el cambio climático que se está evidenciando en la actualidad, su población se ha visto mermada, ya que inicialmente existen 3.000 individuos.

¿Será posible estimar mediante derivada de variable real la probable extinción de la especie?

La población de Pingüinos de Galápagos que se encuentra en extinción sigue la siguiente función:

$$P(t) = a + \frac{t}{e^{t/2}}, t \geq 0$$

Donde P(t) es el número de individuos de la población, t el tiempo (medido en meses) y a es una constante positiva.

4. Planteamiento de interrogantes

- (1) Calcular a sabiendo que inicialmente la población constaba de 2000 individuos.
- (2) ¿En qué momento se puede predecir que alcanzará la población su máximo? ¿Cuánto es el valor de dicho máximo?
- (3) ¿A qué tiende la población a largo plazo?
- (4) Si se sabe que esta especie está en peligro de extinción cuando el número de sus individuos es menor que 100, ¿puede ocurrir que esta población entre de peligro de extinción?

Resolución

Para la resolución del problema esquematizado se considera un esquema básico establecido (Figura 3).

Resoluciones de Problemas

Dennise Paz Salas

Leer el problema hasta entenderlo

1. Selecciona la información relevante para resolver el problema, lo que normalmente se conoce como datos.
2. Escribe los datos de forma ordenada.
3. Identifica las variables desconocidas y asócialas un nombre o una letra.
4. Escribe las variables de forma ordenada.

- Conocer el significado de todas las palabras (Si no, usa el diccionario)
- Puedes explicar lo que tienes que hacer con tus palabras (Si no, haz un esquema o dibujo que te ayude a entenderlo)
- Sabes qué tipo de respuesta es la solución y en qué unidades debe expresarse (Si no, lee de nuevo la pregunta del problema)

Trazar un plan de resolución

1. Explica de forma secuenciada, clara, concisa y resumida los pasos que vas a seguir en la resolución del problema.
2. Indica el concepto matemático que vas a utilizar en la resolución del problema.

- Explica de forma secuenciada, clara, concisa y resumida los pasos que vas a seguir en la resolución del problema.
- Indica el concepto matemático que vas a utilizar en la resolución del problema.

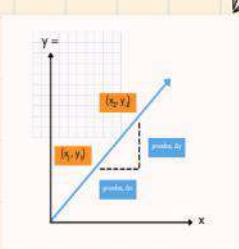
Sucesiones
Porcentajes
Pitágoras
M.C.M


Movimientos
Proporcionalidad

Ejecutar el plan de resolución

- Resuelve las operaciones, ecuaciones o sistemas de ecuaciones que has planteado.
- Comprueba la validez de la solución para evitar dar una solución absurda.
- Expresa la solución con una frase clara y con las unidades correspondientes si es necesario.

Ejecutar el plan de resolución





Fase III: Diseño e implementación de metodología de enseñanza aprendizaje.

Para el diseño de la metodología de enseñanza-aprendizaje basada en la cultura-movimiento Maker se consideró algunos aspectos importantes como *aprender haciendo* y *hacerlo uno mismo*. Tomando en consideración que la tecnología juega un papel muy importante a la hora de generar un pensamiento crítico y creativo a través de las propias experiencias, permitiéndole al alumno llevar a cabo sus ideas con el fin de crear su propio conocimiento. La educación Maker tiene como objetivo proporcionar a los estudiantes la autonomía necesaria para explorar sus propias ideas y verse así mismos como personas que pueden imaginar, crear, construir y resolver problemas.

La educación Maker plantea una metodología marcada que junta las habilidades Maker del alumno como controlar proyectos, hacer diseños y modelados, con materias Steam como Tecnología, Matemáticas, Ciencias y finalmente habilidades del siglo XXI como curiosidad, liderazgo, resistencia, iniciativa, habilidades tecnológicas entre otras.

Con estas consideraciones para este campo de aplicación se decidió considerar este tipo de educación para innovar a la hora de resolver problemas con temas de aplicación matemática.

Para ello, se consideró los siguientes pasos:

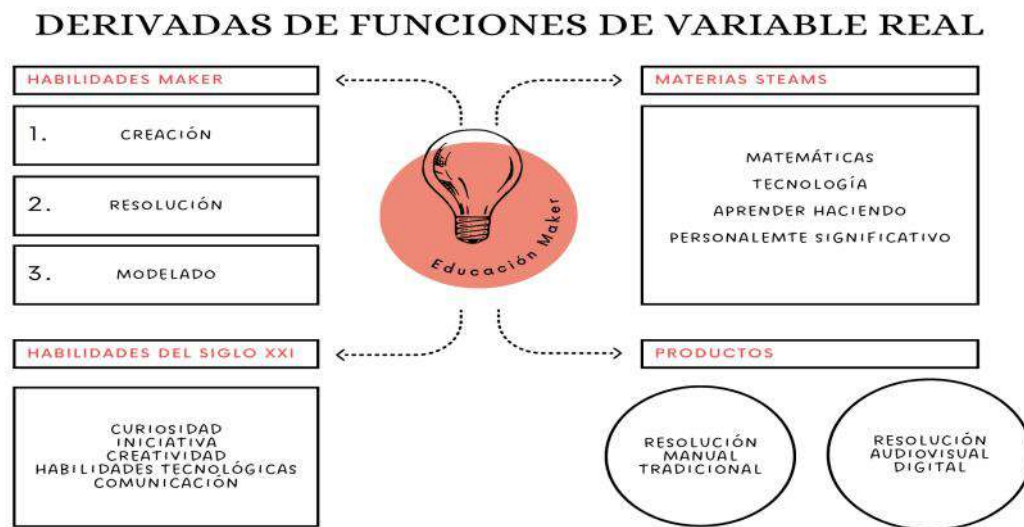


Figura 4: Esquema metodológico basado en la educación Maker.

Para la implementación de la metodología se consideró como recurso educativo digital el **Powtoon** mismo que es una herramienta online gratuita en donde se pueden realizar presentaciones animadas en video de trabajos de forma amena e inspiradora (Ashari, 2018).

Powtoon, además te ofrece una gran diversidad de plantillas prediseñadas, imágenes, gráficos, diagramas, sonidos, clips de video, estilos gráficos y diseños, que se pueden utilizar y disponer según la intención comunicativa, las personas a las que se dirige la presentación y el tipo de contenido.

Gracias a la versatilidad se puede utilizar en el salón de clase, actividades antes de la clase, después de la clase, en cursos virtuales, presentaciones, ponencias o seminarios, puesto que permite ordenar la información y animarla para hacerla más accesible (Candy & Cárdenas, 2022)

DISCUSIÓN DE RESULTADOS:

Aplicación de Habilidades Maker

Para considerar las habilidades Maker se estableció la creación y resolución del problema planteado juntando con la materia Steam vinculada que en este caso es matemáticas y biología-medio ambiente, dando como resultado lo siguiente:

La población de **Pinguinos de Galápagos** conocidos científicamente como *spheniscus mendiculus*, son considerados aves nativas del archipiélago. Tienen una media de cincuenta cm. de estatura por lo que son conocidos como la tercera especie de pingüino más pequeña del mundo. Esta especie vive en la isla Isabela y Fernandina, donde el clima es considerado ideal para su reproducción y cría. Sin embargo, con el cambio climático que se está evidenciando en la actualidad, su población se ha visto mermada, ya que inicialmente existen 3.000 individuos. ¿Será posible estimar mediante derivada de variable real la probable extinción de la especie?

La población de **Pinguinos de Galápagos** que se encuentra en extinción sigue la siguiente función:

$$P(t) = a + \frac{t}{e^{t/2}}, t \geq 0$$

donde $P(t)$ es el número de individuos de la población, t el tiempo (medido en meses) y a es una constante positiva.

(1) Calcular a sabiendo que inicialmente la población constaba de 3000 individuos.

$$P(0) = 3(3000 \text{ individuos})$$

$$a = 3$$

(2) ¿En qué momento se puede predecir que alcanzará la población su máximo?
¿Cuánto es el valor de dicho máximo?

$$P(3) = 3 + \frac{t}{e^{t/2}} = 3 + te^{-t/2} \quad t = 0 \quad [0, +\infty)$$

$$P'(t) = e^{-t/2} - t \frac{1}{2} e^{-t/2} = (1 - \frac{t}{2}) e^{-t/2} = 0 \quad t = 2 \quad [0, +\infty)$$

$$P'(t) > 0 \text{ en } [0, 2) \text{ --- } P \text{ es creciente en } [0, 2)$$

$$P'(t) < 0 \text{ en } (2, +\infty) \text{ --- } P \text{ es decreciente en } (2, +\infty)$$

Luego P tiene un máximo relativo en $t = 2$

que, claramente, es también máximo absoluto en $[0, +\infty)$

El máximo absoluto de P en $[0, +\infty)$

se alcanza en $t = 2$ y $P(2) = 3.736$ (3736 individuos)

3) ¿A qué tiende la población a largo plazo?

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} 3 + \frac{t}{e^{t/2}} = 3 + \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{e^{t/2}} = 3$$

La población tiende a estabilizarse en 3000 individuos

(4) Si se sabe que esta especie está en peligro de extinción cuando el número de sus individuos es menor que 1000, ¿puede ocurrir que esta población entre de peligro de extinción

$$P(0) = 3 \text{ y } P \text{ es creciente entre } t = 0 \text{ y } t = 2$$

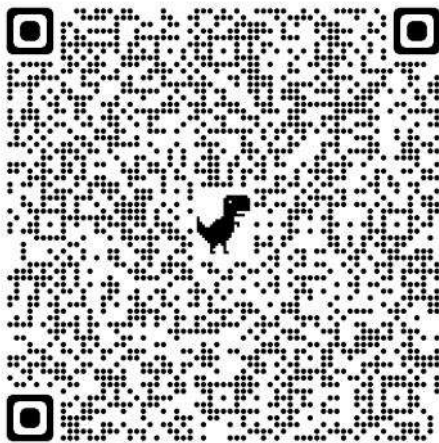
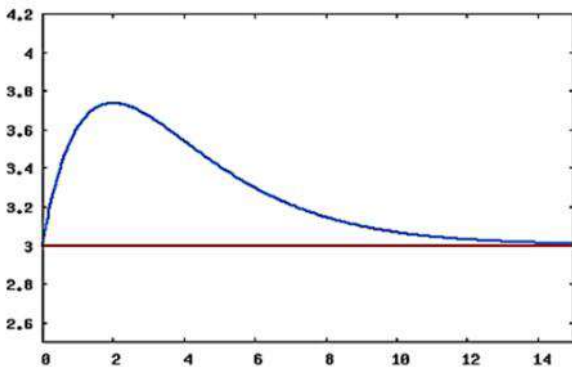
P es decreciente en $(2, +\infty)$,

pero no desciende del valor 3, al que tiende asintóticamente.

Es decir la población no desciende de 3000 individuos

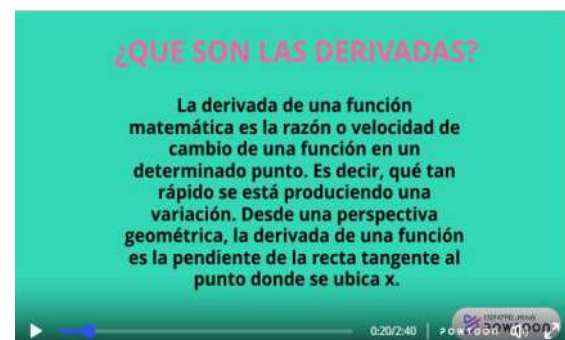
Modelado de recurso digital

Antes de comenzar a crear el recurso digital de elije uno de los diferentes estilos que se tiene a disposición. Una vez escogido, se puede evidenciar una interfaz muy sencilla, desde la que se puede realizar cualquier acción con tan solo un gesto del ratón.



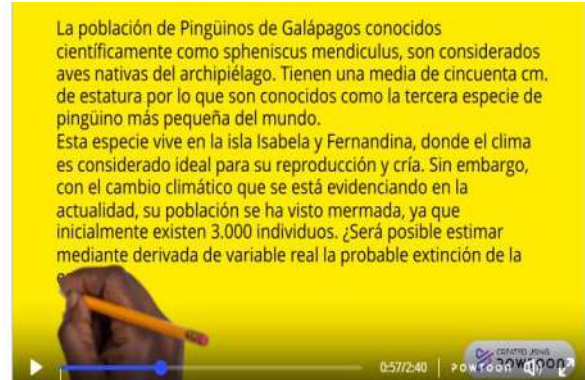
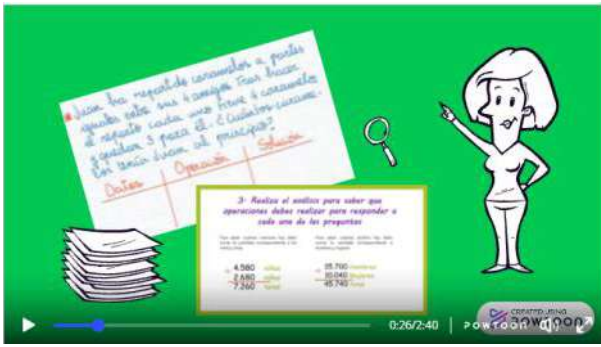
Video de la resolución del problema

Para la creación del recurso se consideró las habilidades Maker, las materias STEAM y las habilidades del siglo XXI, aplicadas por el estudiante para la resolución del problema matemático. La combinación de los elementos de educación Maker permitieron crear lo siguiente:



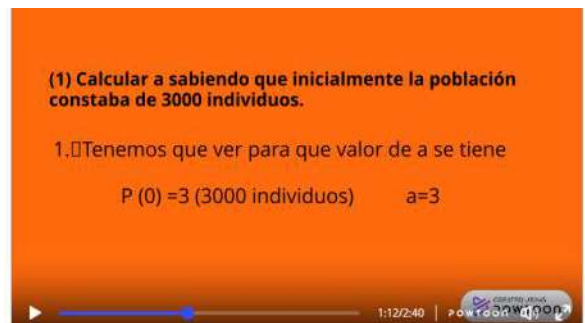
La primera parte del recurso indica que es necesario tener claro los conocimientos base del uso de derivadas de variable real.

En la segunda parte del video se puede evidenciar los pasos estructurales para la resolución de un problema matemático.

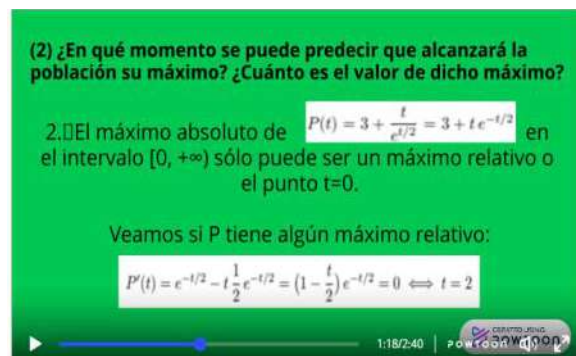


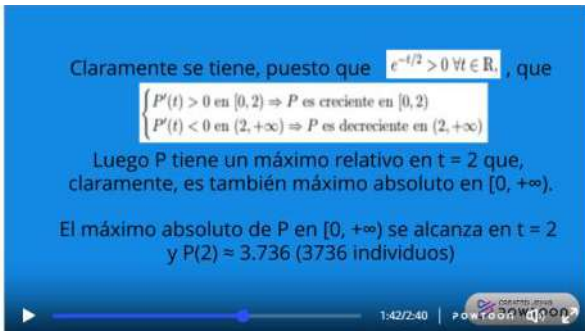
Para la resolución se tomo en consideración la cantidad de individuos actuales de la población de Pingüinos, de este procedimiento se pudo conocer el valor de una incógnita a , dando como resultado un valor de 3.

En este apartado comienza la explicación del problema matemático acerca de la biología y medio ambiente. En este punto se le indica al estudiante acerca de los pasos que se deben considerar para que la resolución sea adecuada. Los pasos y consejos establecidos fueron fruto de la inclusión de la cultura Maker y las dificultades que como estudiante poseen a la hora de relacionar problemas básicos de clase a problemas reales de aplicación.

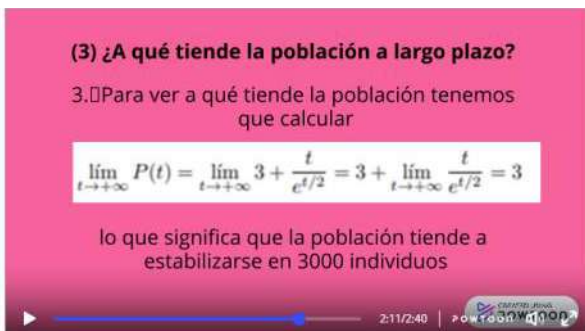


Como siguiente paso se determino el máximo absoluto utilizando la función inicial, donde el intervalo evaluado es de cero a más infinito, estableciendo donde el valor $t=0$. Por otro lado, al evaluar la función con ese valor en la derivada se obtuvo que $t=2$ indicando que el máximo absoluto esta en P dentro del intervalo $[0, +\infty)$ mismo que evaluando el valor de 2 da como resultado 3736 individuos.

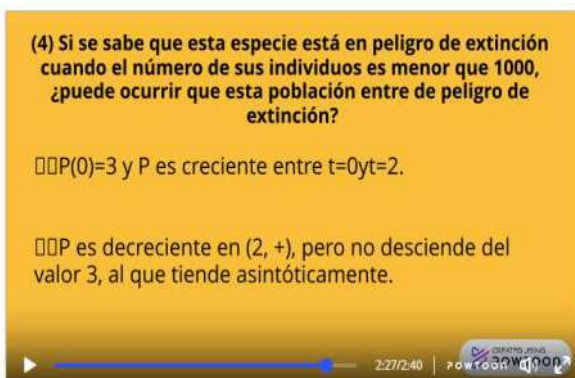




Para poder determinar si la población tiende a largo plazo se utilizó un concepto adicional como fue límites que tienden al infinito, obteniendo un valor de 3, lo que significa que la población tiende a estabilizarse en 3000 individuos.



Finalmente, para conocer si esta especie está en peligro de extinción se determinó el valor de la función $P(x)$, entre los valores 0 y 2. Con la evaluación de los valores en la función se logró concluir que $P(0)=3$ es creciente entre $t=0$ y $t=2$ y decreciente en $(2, +\infty)$, pero no desciende del valor 3. Indicando que la población no desciende de 3000 individuos.



CONCLUSIONES:

A manera de cierre, se puede indicar que la metodología desarrollada tomando como base la educación Maker basada en el aprendizaje que se enmarca dentro de la teoría constructivista. Es decir, el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje, que sucede derivado su acción. Esta adaptación metodología permite que los estudiantes puedan conocer claramente el proceso de solución de un problema aplicado en casos reales, logrando que el aprendizaje sea más dinámico y que el estudiante sea el verdadero protagonista de lo que aprende y con ello pueda realmente aplicar los conocimientos matemáticos en problemas de la vida diaria, ya que con ello lograrán realmente descubrir la importancia que tienen fuera de las aulas de clase.

Con el recurso digital educativo desarrollado posibilita el acercamiento de los docentes hacia una visión pedagógica propiciadora del aprendizaje creativo en los estudiantes. Esta propuesta, que es una alternativa educativa mediada por las TIC, es a su vez un proceso generador de reflexión, análisis, comprensión, y de creación de nuevas ideas en virtud de brindar respuestas a las diversas inquietudes sociales proyectadas desde el mundo global, que estimula el aprendizaje significativo en consonancia con las premisas de la sociedad del conocimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Ashari, A. R. (2018). Tutorial Powtoon (Powtoon Tutorial). *Sarmiendo*, 4, 3–31.

- Candy, C., & Cárdenas, V. (2022). USO DE LA HERRAMIENTA POWTOON EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada YACHASUN*, 6(11), 19–43. <https://doi.org/10.46296/yc.v6i11ledespag.0201>
- Lopez, G. (2007). Capítulo 3: APLICACIONES DE LAS DERIVADAS. In *Derivadas de variable real* (pp. 1–66).
- Patrity, H., & Herrera, A. (2009). Aplicaciones de la derivada (solucionario). In *Derivadas de variable real* (p. 217).
- Sánchez, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. the understanding of derivative as the object of investigation in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 267–296. <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a5.pdf>
- Vásquez Astudillo, S. (2021). Uso de las derivadas en la vida diaria. *Juventud y Ciencia Solidaria: En El Camino de La Investigación*, 8, 30–36. <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/20800>
- López-Beltrán, M. (Coord. ., Albarracín-Gordo, L., Ferrando-Palomares, I., Montejo-Gámez, J., Ramos-Alonso, P., Serradó-Bayés, A., Thibaut-Tadeo, E., & Mallavibarena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el bachillerato. *El Libro Blanco de Las Matemáticas*, 1–94.